8

(a) $\frac{\sqrt[5]{32m^{20}}\times 16m}{20m^3\div 5m^{-5}}=125$

$\Rightarrow \frac{32^{\frac{1}{5}}\times (m^{20})^{\frac{1}{5}}\times 16m}{20m^3\times \frac{1}{5}\times m^5}=125$

$\Rightarrow \frac{2\times m^4\times 16m}{20m^3\times \frac{1}{5}\times m^5}=125$

$\Rightarrow \frac{32}{4m^3}=125 \Rightarrow m=\frac{2}{5}$

(b) $\log_2(x^6-x^5-4x^4)-4\log_2 x=4$

$\Rightarrow \log_2(x^6-x^5-4x^4)-\log_2 x^4=4$

$\Rightarrow \log_2\left(\frac{x^6-x^5-4x^4}{x^4}\right)=4$

$\Rightarrow \log_2(x^2-x-4)=4$

$\Rightarrow \cancel{\log}\ x^2-x-4=2$

$\Rightarrow (x-3)(x+2)=0$

$\Rightarrow x=3$ 或 $x=-2$

9.

(a)

$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2-2x}{x^4-2x^3}$

令 $x^2-2x=0$，则 $x=0$ 或 $x=2$

$\because x\neq 0$, $\therefore x=2$

将 $x=2$ 代回原方程

$y=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}$

即驻点坐标为 $(2,\frac{1}{4})$

7.

(a)

$\cos\theta=\frac{PQ^2+PR^2-QR^2}{2\cdot PQ\cdot PR}$

$=\frac{30^2+36^2-42^2}{2\times 30\times 36}$

$=\frac{1}{5}$

(b) $\because \cos\theta^2+\sin\theta^2=1$

又 $\because \cos\theta=\frac{1}{5}$

$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-\cos\theta^2}=\sqrt{1-\frac{1}{5}}$

$=\frac{\sqrt{24}}{5}$

(c)

$\because S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p=\frac{1}{2}(a+b+c)$

$\therefore p=\frac{1}{2}(30+36+42)=54$

$S=\sqrt{54\times(54-30)\times(54-36)\times(54-42)}$

$=216\sqrt{6}$

6.

(a)

$\because$ 三点在一条直线上，

$\therefore$ 任意两点组成的线段的斜率相同

对于A、B两点有

$k=\frac{7-(2d-7)}{4-(6-3d)}=\frac{14-2d}{3d-2}$

对于B、C两点有

$k=\frac{16-7}{19-4}=\frac{3}{5}$

$\therefore \frac{14-2d}{3d-2}=\frac{3}{5} \Rightarrow d=\frac{76}{19}$

(b) 由(a)有直线l的斜率为 $k=\frac{3}{5}$，

所以直线m的斜率为 $k=-\frac{5}{3}$

$\because$ 直线m通过B(4,7)

$\therefore$ 直线m的方程为

$y-7=-\frac{5}{3}(x-4)$

$\Rightarrow 5x+3y-41=0$

(c) 由(b)有直线m的方程为

$5x+3y-41=0$ ①

令 $y=0$，代入①中，有 $x=\frac{41}{5}$

即，直线m与x轴的交点为 $(\frac{41}{5},0)$

5.

(a)

$x^2-8x+9=0$

$\Rightarrow x^2-8x+16=7$

$\Rightarrow (x-4)^2=7$

$\Rightarrow x-4=\pm\sqrt{7}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{7}+4 \\ x_2=-\sqrt{7}+4 \end{cases}$

(b)

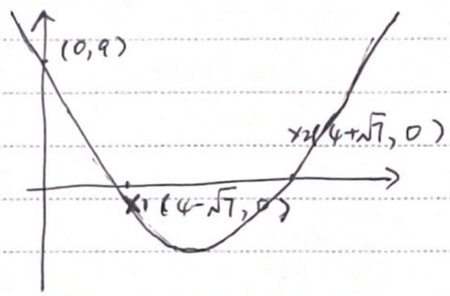
$x^2-8x+9\leq 0$

$\Rightarrow (x-4)^2\leq 7$

$\Rightarrow \begin{cases} x-4\leq\sqrt{7} \\ x-4\geq-\sqrt{7} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1\leq\sqrt{7}+4 \\ x_2\geq-\sqrt{7}+4 \end{cases}$

(c)




1、

$p=0.2\times0.2\times(1-0.2)^3=0.02$

倒数第2题。

(a)

$y'=8-2x$ ①

将 $x=5$ 代入① ~~时~~中，有 $y'=-2$

即直线l在P点的斜率为 $k=-2$

直线l的方程为

~~$y-15=-2(x-$~~

$y-15=-2(x-5)$

$\Rightarrow y=-2x+25$

(b)

~~直线l与x轴的交点~~

令 $y=0$，代入直线l的方程中有

$x=\frac{25}{2}$.

即直线l与x轴的交点有 $(\frac{25}{2},0)$

则阴影部分的面积为.

$\int_5^{\frac{25}{2}}(-2x+25)-(8x-x^2)\,dx$

$=\int_5^{\frac{25}{2}}x^2-10x+25\,dx$

$=\frac{1}{3}x^3-5x^2+25x\Big|_5^{\frac{25}{2}}=140.59$

(C)

∵直线l的斜率为-2

∴Q点的切线的斜率为$\frac{1}{2}$

$y' = 8-2x$

令$y' = \frac{1}{2}$，有$x = \frac{15}{4}$

将$x = \frac{15}{4}$代入$y = 8x - x^2$中.

有 $y = \cancel{15.94}\,15.9375$

即Q点的坐标为$(\frac{15}{4}, \frac{255}{16})$

倒数第1题.

(a)

$$L = \sqrt{r^2 + (\frac{3}{4}r)^2} = \frac{5}{4}r$$

(b)

该物体的表面积为

$$\pi r \cdot \frac{5}{4}r + 2\pi r \cdot y + \pi r^2 = 525\pi$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}r^2 + 2yr = 525$$

$$\Rightarrow y = \frac{525 - \frac{9}{4}r^2}{2r}$$

该物体的体积为

$$V = \pi r^2 \cdot y + \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \frac{3}{4}r$$

$$= \pi r^2 \cdot \left(\frac{525 - \frac{9}{4}r^2}{2r}\right) + \frac{1}{4}\pi r^3$$

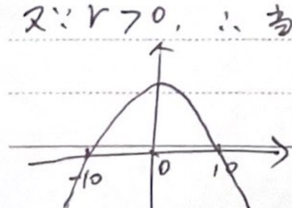
$$= \frac{525\pi r}{2} - \frac{7\pi r^3}{8}$$

(c)

$$V' = \frac{525}{2}\pi - \frac{21\pi}{8}r^2$$

令$V' = 0$，有$r = \pm 10$

又∵$r > 0$，∴当$r = 10$时，V取得最大值




如图所示，最大值为 $V_{max} = \frac{525\pi}{2} \times 10 - \frac{7\pi}{8} \times 10^3 = 1750\pi$